

1. LA MÁQUINA DE LOS NÚMEROS

Tenemos una máquina en la que sólo podemos meter números naturales: el 1, el 2, el 3, etc. Esta máquina primero eleva al cuadrado el número que hemos metido y después, con el resultado obtenido, suma todas las cifras todas las veces que haga falta hasta quedarnos con una sola cifra y nos devuelve esta cifra.

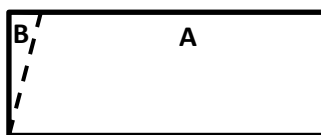
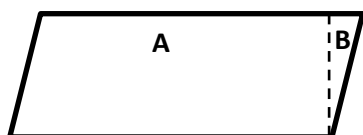
Por ejemplo, si metemos el número 16, primero eleva al cuadrado, $16^2 = 16 \times 16 = 256$ y luego suma sus cifras, lo que da $2 + 5 + 6 = 13$. Como tiene que quedar una sola cifra, vuelve a sumar las cifras del número 13 y obtiene $1 + 3 = 4$. Por tanto, si metemos el número 16, la máquina nos devuelve el número 4.

- a) ¿Qué número nos devolverá si metemos el número 26?
- b) ¿Puedes dar un ejemplo de un número de 2 cifras que puedas meter en la máquina para que el número que nos devuelva sea 7? ¿Y de 3 cifras?
- c) Metemos un número en la máquina y ésta nos devuelve el número 9. Si ahora metemos en la máquina el número consecutivo al que habíamos metido, ¿puede la máquina devolvernos también el 9? Si la respuesta es afirmativa, explica por qué. Si es negativa, explica cuántos números más tenemos que avanzar para que el resultado que devuelve la máquina vuelva a ser 9.
- d) ¿Puedes meter algún número en la máquina para que ésta nos devuelva el número 5? Explica tu razonamiento.

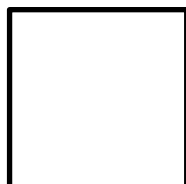
2. PARTIENDO POLÍGONOS

En el siguiente problema vamos a trabajar con polígonos. Podrás trocearlos (sólo en sentido figurado, ya que no está permitido el uso de tijeras en la prueba) en varias piezas para después poder recomponerlas todas y formar otros polígonos.

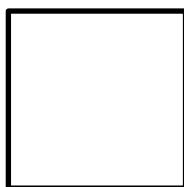
Por ejemplo, un paralelogramo podemos cortarlo en dos piezas y recomponer con ellas un rectángulo:



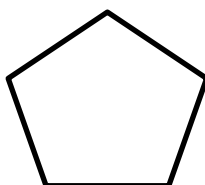
a) ¿Cuál es el menor número de trozos en que puedes cortar un cuadrado para recomponerlo después en un triángulo? Justifica la respuesta.



b) ¿Podrías partir un cuadrado en dos piezas para recomponerlas en un triángulo que no tenga ningún ángulo de 45 grados? Justifica la respuesta.

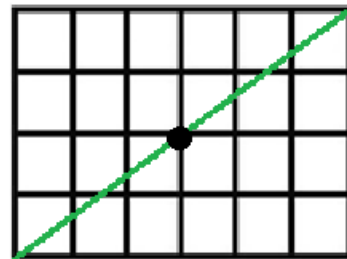


c) ¿Cómo partirías un pentágono regular en trozos para recomponerlo después en un cuadrilátero (un polígono de cuatro lados)?



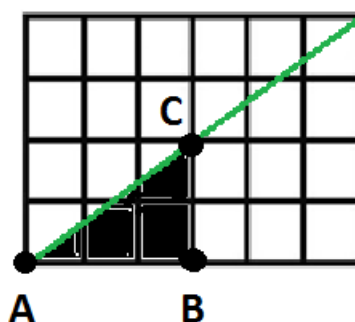
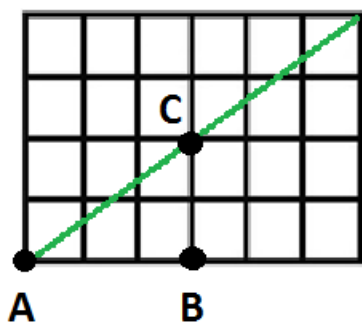
3. TRIÁNGULOS

Fíjate en el siguiente rectángulo de base $m=6$ cm. y altura $n=4$ cm. formado por $6 \times 4 = 24$ cuadraditos. Trazamos una línea más clara desde el vértice que está más a la izquierda y más abajo con el vértice que está más a la derecha y más arriba.



Como puedes observar, la línea más clara pasa por primera vez por un vértice de uno de los cuadraditos en el punto marcado en negro. Con este punto, que llamaremos C, podemos formar un triángulo rectángulo ABC cuyos vértices son:

- El punto C.
- El punto A, que resulta ser el vértice del rectángulo que está más a la izquierda y más abajo.
- El punto B, que resulta de intersecar el lado inferior del rectángulo con una línea perpendicular desde C.



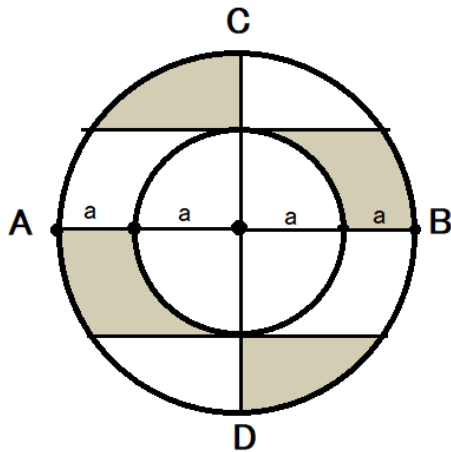
Estamos interesados en calcular el área del triángulo rectángulo ABC.

En nuestro ejemplo, el área será: $A = (\text{base} \times \text{altura}) / 2 = (3 \times 2) / 2 = 3 \text{ cm}^2$. 4

- Dibuja los rectángulos y los triángulos ABC adecuados, remarcando dónde se encuentra el punto C en cada uno de los siguientes casos:
 - Si la base mide $m=7$ cm. y la altura $n=6$ cm., ¿cuánto vale el área del triángulo ABC?
 - Si la base mide $m=12$ cm. y la altura $n=3$ cm., ¿cuánto vale el área del triángulo ABC?
 - Si la base mide $m=24$ cm. y la altura $n=18$ cm., ¿cuánto vale el área del triángulo ABC?
 - Si la base mide $m=100$ cm. y la altura $n=100$ cm., ¿cuánto vale el área del triángulo ABC?
 - Si la altura mide $n=3$ cm. y el área del triángulo ABC es 1 cm^2 ¿cuánto vale la altura n ? ¿Hay más de una respuesta?
- Si partimos de un rectángulo con medidas cualesquiera (m cm. de base y n cm. de altura), ¿sabrías explicar cómo calcular el punto C y el área del triángulo ABC?

4. UN CIRCULO PARA DESARMAR

1. En la siguiente figura calcular
 - a) El área sombrada de la figura
 - b) El perímetro de la circunferencia mayor
 - c) ¿Qué porcentaje del aro está sombreado?
 - d) ¿Qué porcentaje de la figura no está sombrada?



5. BUSCANDO TESOROS

El Jardín de Matelandia se ha dividido en 25 cuadrículas como las de la figura y se han escondido seis tesoros, en seis cuadrículas diferentes. Tras múltiples averiguaciones hemos podido reducir a 14 el número de cuadrículas donde pueden estar escondidos dichos tesoros, que se corresponden con las casillas en blanco del dibujo. Si los números indican la cantidad de tesoros que podemos encontrar alrededor de la casilla numerada y las **X** nos indican que en esas casillas no se encuentra el tesoro, coloca cada uno de los seis tesoros en cada una de las casillas donde se encuentran, explicando de forma razonada por qué has deducido que deben ir ahí.

	1		2	2
	2	x		
	1		3	
	2		3	
	1			x